Rozdział 9

Analiza szeregów czasowych - podstawy

Wskaźniki dynamiki

Wskaźniki dynamiki, zwane również indeksami służą do analizy relatywnych zmian natężenia zjawiska opisywanego przez szeregi czasowe. Ogólnie indeksem nazywamy iloraz poziomu zjawiska y_t do poziomu zjawiska w okresie przyjętym za punkt odniesieniay_0.

Indeks jedno-podstawowy

$$i_{t/0} = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100$$

Index łańcuchowy

$$i_{t/t-1} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100$$

Tempo przyrostu

$$T_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1\right) \cdot 100$$

Średnia ruchoma

Niejednokrotnie znaczna zmienność analizowanego zjawiska powoduje, że ogólny kierunek zmian jest trudny lub niemożliwy do określenia. Wówczas, możliwym sposobem postępowania jest wyeliminowanie zmienności o pewnych charakterystykach (np. o wysokiej częstotliwości) i pozostawienie jedynie tych, reprezentujących uogólniony obraz zmian. Narzędziem najczęściej stosowanym w takim wypadku są filtry np. średnia ruchoma. Technika ta (mimo że nie pozbawiona wad) umożliwia stosunkowo łatwe *wygładzenie* wykresu analizowanej zmiennej.

Długość filtru określana jest jako $2n+1$, gdzie n jest *odległością* od centralnego punktu filtru. I tak np. filtr 5-elementowy będzie charakteryzował się $n = 2$, gdyż jak można

łatwo wykazać $2 \cdot 2 + 1 = 5$. Podkreślić należy, ze przy zastosowaniu filtrowania tracimy informacje ze skrajnych pozycji szeregu. Liczba utraconych informacji jest równa $2n$. Dla nieważonej średniej ruchomej waga (w) każdego z elementów filtru jest taka sama i wynosi $\frac{1}{2n+1}$ co np. w przypadku filtru 5-elementowego daje $1/5$ czyli $0,2$. Można to uogólnić zapisując następującym wzorem:

$$y_{ft} = \frac{\sum\limits_{i=-n}^{n} y_i}{2n-1}$$

Jeżeli stosowane są wagi (średnia ruchoma ważona), np. w filtrze trójkątnym, lub filtrze Gauss'a powyższy wzór zmienia nieco postać na:

$$y_{ft} = \sum_{i=-n}^{n} w_i \cdot y_i$$

Przed jego zastosowaniem należy się bezwzględnie upewnić, czy spełnione jest następujące równanie $\sum\limits_{i=-n}^{n} w_i = 1$

Analiza trendu

Analiza trendu jest w zasadzie tożsama z analizą regresji, przy czym zmienną wyjaśniającą jest w tym wypadku czas. Najczęściej stosowaną metodą, głównie ze względu na łatwą i jednoznaczną interpretację, jest metoda liniowa, gdzie dopasowuje się funkcję:

$$\hat{y} = f(t)$$

Postać funkcji f w przypadku liniowości można zapisać w sposób następujący;

$$\hat{y}_t = a + bt$$

Współczynniki b oraz a można obliczyć na podstawie następujących wzorów:

$$b = \frac{n \sum\limits_{i=1}^{n} y_i t_i - \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \sum\limits_{i=1}^{n} t_i}{n \sum\limits_{i=1}^{n} t_i^2 - \left(\sum\limits_{i=1}^{n} t_i\right)^2}$$

$$a = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} y_i - b \sum\limits_{i=1}^{n} t_i}{n}$$

Do oceny istotności statystycznej trendu można wykorzystać test *F-Snedecora* i statystykę testową F, którą weryfikujemy porównując z wartością krytyczną F dla poziomu istotności

α i liczby stopni swobody 1 oraz $n-2$ ($F_{\alpha,1,n-2}$)

$$F = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}[\hat{y}_i - \bar{y}]^2}{k-1}}{\frac{\sum_{i=1}^{n}[\hat{y}_i - y_i]^2}{n-k}}$$

Zadania

Wykorzystując dane z poniższej tabeli oblicz wartości wskaźników dynamiki, wygładź serię średnią 5-elementową (nieważoną) oblicz współczynniki równania trendu oraz zweryfikuj hipotezę o jego istotności statystycznej. Narysuj wykres liniowy dla oryginalnych danych i uzupełnij o linie trendu oraz szereg przefiltrowany. Narysuj wykres liniowy przebiegu wartości indeksów.

Lp	t_i	y_i	$i_{t/0}$	$i_{t/t-1}$	T_t	$t_i \cdot y_i$	t_i^2	$\hat{y}$	$(\hat{y}_i - y_i)^2$	$(\hat{y}_i - \bar{y})^2$	$\bar{y}_{5el}$
1	1	1.0				1.0	1				
2	2	0.0				0.1	4				
3	3	-1.0				-2.9	9				
4	4	6.7				26.8	16				
5	5	6.9				34.4	25				
6	6	1.2				7.1	36				
7	7	13.2				92.2	49				
8	8	0.6				4.9	64				
9	9	17.1				153.7	81				
10	10	12.8				128.4	100				
11	11	13.5				148.9	121				
12	12	3.2				38.4	144				
13	13	23.7				308.7	169				
14	14	23.3				326.3	196				
15	15	4.4				66.4	225				
16	16	28.0				448.3	256				
17	17	32.2				547.2	289				
18	18	29.4				529.9	324				
19	19	8.5				162.0	361				
20	20	22.3				446.6	400				
21	21	36.4				764.1	441				
22	22	24.7				543.2	484				
23	23	9.1				209.7	529				
24	24	24.3				584.2	576				
25	25	16.0				400.0	625				
26	26	26.3				684.0	676				
27	27	14.0				378.0	729				
28	28	40.0				1120.0	784				
29	29	13.6				393.0	841				
30	30	30.0				900.0	900				
$\sum$	**465.0**	**481.7**				**9444.7**	**216225**				